die Chromosomenzahl $2n = 38$ und ebenso auch die F_1-Bastarde.

Kreuzungen gleicher Arten wurden nur, um Vergleichsmaterial zu den Bastarden zu haben, durchgeführt, außer von *P. tremula.* Von dieser sind Verbindungen extremer Herkünfte gemacht worden, um so größere Wüchsigkeit der anspruchslosesten Pappel zu erreichen, doch ist hierfür das Zahlenmaterial noch zu klein, um gesicherte beweiskräftige Angaben machen zu können. Es scheint, daß die Einkreuzung östlicher Herkünfte in mitteldeutsche Provenienzen günstiger ist als südliche oder alpine Formen.

Die Bastarde von *P. tremula* geben mit *P. alba* und *P. nivea* Heterosis und mit Arten der Gruppe Aegiri Zwergwuchs (*tremula* × *betulifolia*; × *canadensis*; × *nigra*). Weitere Kreuzungen mit Arten der Gruppe Tacamahacae und Leucoidae sind trotz wiederholter Versuche bisher nicht gelungen. Die nächste Gruppe Albidae liefert verstärkte Heterosis mit Trepidae und ebenso Heterosis mit Arten der Gruppe Aegiri (*Alba* × *nigra*; × *canadensis*; × *robusta*). Mit der nächsten systematischen Gruppe Tacamahacae gelingt die Herstellung von Bastarden schwer, und diese zeigen Zwergwuchs (*Alba* × *trichocarpa*). Kreuzungen mit Leucoidae mißlangen. Die Verbindungen *Aegiri* × *Tacamahacae* (*Canadensis* × *trichocarpa*; *nigra* × *laurifolia*; *angulata* × *laurifolia*) ergeben deutliche Dominanz der mütterlichen Wüchsigkeit und dasselbe findet sich bei *Aegiri* × *Leucoidae* (*Nigra* × *lasiocapa*). Die Wüchsigkeit dieses Bastardes gleicht der von *P. nigra* und ist fast 300% stärker wie bei der reinen Lasiocapa. Kreuzungen innerhalb der Arten Aegiri wie auch bei denen von Tacamahacae sind sehr verschieden und geben Heterosis, Dominanz des einen Elter, aber auch Zwergwuchs. Die Kreuzungen der Gruppe *Tacamahacae* ×*Aegiri* (*Rasumowskyana* × *Canadensis*) liefern Heterosis, und *Tacamahacae* × *Leucoidae* ebenso (*Rasumowskyana* × *Lasiocapa*). Die Verbindung Leucoidae mit anderen Gruppen ist bisher noch nicht gelungen, da mir die zur Verfügung stehende *P. lasiocapa* in keinem Falle Ansatz brachte. Die Zweige halten nicht lange im Glase, und Kreuzungen am Baume selbst haben auch keinen Erfolg gebracht. Trotzdem, glaube ich, liegt es nur an der richtigen Methode, auch diese als letzte blühende Pappel mit anderen Arten zu kreuzen, da ja mit einem männlichen Exemplar Kreuzungen gelangen.

Wenn nun die Kreuzbarkeit innerhalb der Populusarten eine sehr weitgehende ist, so ist doch eine Beschränkung der Wüchsigkeit der Bastarde vorhanden, die bei der Kombination systematisch weiter gestellter Arten klar zutage tritt. Es ist durchaus möglich, daß das Mißlingen der Kombinationen über mehr als drei systematische Gruppen auf eine natürliche Unverträglichkeit zurückzuführen ist. Die reziproke Verschiedenheit der Wüchsigkeit von Alba und Tremula beruht wohl auf plasmatischen Unterschieden, wenn auch der Beweis durch die Notwendigkeit der Verwendung verschiedener Eltern nicht erbracht werden kann. Durch diese Untersuchungen ist für die Züchtung von raschwüchsigen Pappelhybriden ein wichtiger Schritt getan. Es läßt sich schon auf Grund der systematischen Stellung einer Art voraussagen, ob eine Kombination die gewünschten Eigenschaften in wirtschaftlich brauchbarer Form wiedergeben wird.

(Aus dem Institut für Tierzucht der Universität Göttingen und dem Institut für Mathematische Statistik der Universität Göttingen.)

Über die richtige Gewichtsbestimmung bei Zusammenfassung von einzelnen arithmetischen Mitteln zu einem Gesamtmittel.

Von **E. Lauprecht** und **H. Münzner.**

Bei biologischen Versuchen haben wir es oft mit Variationsreihen zu tun, deren Varianten zunächst in kleinen Gruppen zu Einzelmitteln zusammen zu fassen sind. Aus diesen Einzelmitteln ist hernach das arithmetische Gesamtmittel zu bilden.

Handelt es sich dabei um verschieden große Gruppen, d. h. liegen den Einzelmitteln verschiedene Anzahlen von Beobachtungen zugrunde, so sind bei der Berechnung des Gesamtmittels die Einzelmittel verschieden stark zu berücksichtigen.

Dieser Fall liegt zum Beispiel dann vor, wenn der Zuchtwert eines Individuums an seinen Nachkommen (z. B Töchter eines Bullen) geprüft werden soll und für jeden Nachkommen verschieden viele Einzelbeobachtungen (z. B. Lactationen einer Tochter) vorhanden sind.

Die verschieden starke Berücksichtigung der Einzelmittel geschieht bekanntlich dadurch, daß die Einzelmittel bei Berechnung des Gesamtmittels mit verschieden großen Zahlenfaktoren, den sogenannten Gewichten, versehen werden.

An der richtigen Berechnung dieser Gewichte sind alle biologischen Wissenszweige in gleicher Weise interessiert. Dies gilt für Tierzucht, Pflanzenzucht und Medizin ebenso wie für Zoologie, Botanik und allgemeine Genetik.

Im folgenden soll die richtige Methode zur Gewichtsberechnung angegeben und begründet und an einem Beispiel aus der Tierzucht dargelegt werden.

Sind z. B. $\overline{x_1}$, $\overline{x_2}$ und $\overline{x_3}$ drei Einzelmittel und g_1, g_2 und g_3 die dazugehörigen Gewichte, so lautet dann das Gesamtmittel:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 g_1 + \bar{x}_2 g_2 + \bar{x}_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}. \qquad (1)$$

Für diese Gewichte werden nun häufig die Anzahlen n_1, n_2 und n_3 der Beobachtungen verwendet, aus denen die Einzelmittel gebildet worden sind. Wenn die Beobachtungen in einer Gruppe voneinander unabhängig sind, so läßt sich diese Verwendung der Beobachtungszahlen rechtfertigen.

Es ist klar, daß jedem Wert ein um so größeres Gewicht zukommen muß, je kleiner seine Genauigkeit, d. h. je kleiner sein mittleres Fehlerquadrat ist. Aus diesem Grunde werden für die Gewichte Größen verwendet, die umgekehrt proportional den mittleren Fehlerquadraten sind. Dabei kommt es nur auf das Verhältnis der Gewichte zueinander und nicht auf ihre absoluten Werte an.

Unter der Voraussetzung, daß die theoretischen mittleren Fehler aller Einzelbeobachtungen einander gleich sind, erhält man für die mittleren Fehlerquadrate der 3 arithmetischen Mittel folgende Ausdrücke:

$$m^2(\bar{x}_1) = \frac{m^2}{n_1}; \; m^2(\bar{x}_2) = \frac{m^2}{n_2}; \; m^2(\bar{x}_3) = \frac{m^2}{n_3}. \qquad (2)$$

Da die Gewichte g_1, g_2 und g_3 sich wie die reziproken mittleren Fehlerquadrate verhalten sollen, kommen wir schließlich zu den Verhältnissen:

$$g_1 : g_2 : g_3 = n_1 : n_2 : n_3. \qquad (3)$$

Eine derartige Berechnung der Gewichte ist jedoch dann falsch, wenn die Beobachtungen innerhalb einer Gruppe nicht mehr unabhängig voneinander, sondern korreliert sind. Die praktische Bedeutung dieser Gewichte liegt ja darin, daß das Einzelmittel mit dem Gewichte n_1, eben n_1 mal gezählt wird. Sind jetzt zwischen den Einzelbeobachtungen einer Gruppe positive Korrelationen vorhanden, so besitzen diese Beobachtungen einen gemeinsamen Bestandteil, und es ist nicht mehr gerechtfertigt, ein aus n-Einzelbeobachtungen bestehendes Einzelmittel n-mal zu berücksichtigen, sondern das Gewicht g wird umso kleiner sein müssen, je größer die Korrelation ist.

Haben wir z. B. drei Einzelbeobachtungen x_1, x_2 und x_3 mit den Korrelationskoeffizienten r_{12}, r_{13} und r_{23}, so lautet das mittlere Fehlerquadrat des Einzelmittels $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$:

$$m^2\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right) = \frac{1}{9}\,[m^2(x_1) + m^2(x_2) + m^2(x_3) + 2 r_{12}\, m(x_1)\, m(x_2) + 2 r_{13}\, m(x_1)\, m(x_3) + 2 r_{23}\, m(x_2)\, m(x_3)]. \qquad (4)$$

Als Gewicht dieses Mittels könnten wir nun wiederum den reziproken Wert dieses Ausdrucks verwenden. Nun machen wir die für die meisten Fälle zulässige Annahme, daß die theoretischen mittleren Fehlerquadrate aller Einzelbeobachtungen einander gleich seien, daß also $m^2(x_1) = m^2(x_2) = m^2(x_3) = m^2$ ist. Ferner nehmen wir an, daß auch alle Korrelationskoeffizienten einander gleich sind, also $r_{12} = r_{23} = r_{31} = r$ ist. Dann reduziert sich Formel 4 zu folgendem Ausdruck:

$$m^2\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right) = m^2\left[\frac{1 + 2r}{3}\right] \qquad (5)$$

Für das aus n Beobachtungen gebildete Einzelmittel erhalten wir die allgemeine Formel:

$$m^2\left(\frac{x_1 + x_2 \ldots + x_n}{n}\right) = m^2\left[\frac{1 + (n-1)\,r}{n}\right]. \qquad (6)$$

An die Stelle der Formeln 2 treten also bei Korrelation folgende Ausdrücke:

$$m^2(x_1) = m^2\left[\frac{1 + (n_1 - 1)\,r}{n_1}\right];$$
$$m^2(x_2) = m^2\left[\frac{1 + (n_2 - 1)\,r}{n_2}\right];$$
$$m^2(x_3) = m^2\left[\frac{1 + (n_3 - 1)\,r}{n_3}\right]. \qquad (7)$$

Die Verhältnisse der richtigen Gewichte lauten dann demzufolge:

$$g_1 : g_2 : g_3 = \frac{n_1}{1 + (n_1 - 1)\,r} : \frac{n_2}{1 + (n_2 - 1)\,r} : \frac{n_3}{1 + (n_3 - 1)\,r}. \qquad (8)$$

Für $r = 0$ gehen die Proportionen 8 in die Proportionen 2 über. Der Fall negativer Korrelationen kommt bei diesen Betrachtungen nicht in Frage.

Die Tabelle 1 enthält für verschiedene Korrelationen (r) und Anzahlen (n) die richtigen Gewichte. In den meisten Fällen wird die erste Dezimalstelle genügen.

Tabelle 1. Gewichte der Einzelmittel aus verschiedenen Beobachtungsanzahlen (n) bei verschiedenen Korrelationen (r).

r	$n = 1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	∞
0,1	1	1,82	2,50	3,08	3,57	4,00	4,38	4,71	5,00	5,27	5,71	6,09	6,40	6,67	6,90	10,00
0,2	1	1,67	2,14	2,50	2,78	3,00	3,18	3,33	3,46	3,57	3,75	3,89	4,00	4,09	4,17	5,00
0,3	1	1,54	1,87	2,11	2,27	2,40	2,50	2,58	2,65	2,70	2,79	2,86	2,91	2,95	2,99	3,33
0,4	1	1,43	1,67	1,81	1,92	2,00	2,06	2,11	2,14	2,17	2,22	2,26	2,29	2,31	2,33	2,50
0,5	1	1,33	1,50	1,60	1,67	1,71	1,75	1,78	1,80	1,82	1,85	1,87	1,88	1,89	1,90	2,00
0,6	1	1,25	1,36	1,43	1,47	1,50	1,52	1,54	1,55	1,56	1,58	1,59	1,60	1,61	1,61	1,67
0,7	1	1,18	1,25	1,29	1,32	1,33	1,35	1,36	1,36	1,37	1,38	1,39	1,39	1,40	1,40	1,43
0,8	1	1,11	1,15	1,18	1,19	1,20	1,21	1,21	1,22	1,22	1,22	1,23	1,23	1,23	1,23	1,25
0,9	1	1,05	1,07	1,08	1,09	1,09	1,09	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,11

Diese Tabelle zeigt, daß bei größeren Korrelationen die Gewichte selbst bei hoher Beobachtungszahl sehr klein werden. Aus der letzten Spalte, in der die Gewichte für den Grenzfall n = unendlich enthalten sind, können wir erkennen, daß eine Vermehrung der Beobachtungen von einem gewissen n ab keinen wesentlichen Einfluß mehr auf die Genauigkeit des Einzelmittels und damit auf sein Gewicht hat. Tabelle 2 gibt für die verschiedenen Korrelationswerte jeweils das kleinste n an, das bei einer Genauigkeit von 0,05 schon das gleiche Gewicht liefert, wie der Grenzfall n = unendlich.

Tabelle 2. Die zur Erzielung praktisch ausreichende Genauigkeit erforderlichen Beobachtungsanzahlen bei verschiedenen Korrelationen.

$r = 0{,}0$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$n = \infty$	1791	496	154	73	39	22	12	6	3	1

Handelt es sich also bei einem Beobachtungsmaterial um reine Zufallsschwankungen, so ist bei Vorhandensein von Korrelation ein Vergrößern der Anzahl der einzelnen Beobachtungen über diese in Tabelle 2 gegebenen Anzahlen hinaus für die Genauigkeit der Untersuchung überflüssig, da sich bei Vermehrung der Beobachtungen die mittleren Fehlerquadrate der Einzelmittel nicht mehr wesentlich verkleinern und damit die Gewichte nicht mehr wesentlich vergrößern lassen.

Viele Forscher sind durch Verwendung der Formeln 2 und 3 statt der richtigen Formeln 7 und 8 zu ungenauen Resultaten gekommen. Das Rechnen mit den richtigen Formeln bedarf lediglich der Kenntnis der Korrelationen zwischen den einzelnen Beobachtungen. Die Berechnung derselben wird manchmal auf Schwierigkeiten stoßen, aber in den meisten Fällen vorgenommen werden können.

Beispiel.

Bei den Untersuchungen über die Milchleistungsverbesserungen durch einen Bullen spielen z. B. die obigen Betrachtungen eine wichtige Rolle.

Die mittlere Milchleistung der Töchtergeneration eines Bullen wird bekanntlich durch das Gesamtmittel aus den mittleren Leistungen der einzelnen Töchter dargestellt. Diese werden wiederum als Einzelmittel aus den vorliegenden Laktationen jedes einzelnen Tieres berechnet Da aber bei den einzelnen Kühen in der Regel verschiedene Anzahlen von Laktationen vorhanden sind, müssen die Einzelmittel mit Gewichten versehen werden. Dabei ist es ohne Zweifel falsch, die Anzahl der benutzten Laktationen als Gewichte zu verwenden, wie dies in Dänemark üblich ist, aber auch bei uns gelegentlich vorkommt. Liegt z. B. der Fall vor, daß von einer schlechten Kuh 6 Laktationen und von einer guten Kuh zufällig nur eine Laktation vorhanden ist, so bringt man bei diesem Verfahren das Ergebnis der schlechten Kuh sechsmal und das Ergebnis der guten Kuh nur einmal in Anrechnung.

Man muß beachten, daß zwischen den einzelnen Laktationen eines Tieres eine sehr starke Korrelation besteht, die sich an Hand von größerem Material berechnen läßt. Die genaue Bestimmung der Korrelationen ist dabei unwichtig. Es genügen ungefähre durchschnittliche Werte. Ein größeres Material der Lüneburger Herdbuchgesellschaft ergab zwischen den einzelnen Laktationen im groben Durchschnitt die Korrelation 0,5 so daß nach Tabelle 1 statt der

Gewichte	$n = 1$	2	3	4	5	6	7	8
die Gewichte	1	1,33	1,50	1,60	1,67	1,71	1,75	1,78

zu verwenden gewesen wären.

Der Fehler, der bei Verwendung der falschen Gewichte (Anzahl der Laktationen für jedes Individuum) *entsteht, ist, wie man aus den vorstehenden Zahlen erkennt, größer als der Fehler, der bei voller Vernachlässigung der Gewichte gemacht wird.*

Ergebnis.

Wenn für das Merkmal eines Individuums mehrere Beobachtungen vorhanden sind, die zu einem arithmetischen Einzelmittel zusammenzufassen sind, so ist zu beachten, daß die Beobachtungen am gleichen Individuum größere oder kleinere Korrelationen aufweisen werden. Soll nun aus mehreren Einzelmitteln ein Gesamtmittel gebildet werden, so sind dann die in Tabelle 1 stehenden Gewichte zu verwenden. Ist eine größere Korrelation offensichtlich vorhanden, die sich nicht genau berechnen läßt, so wird es bei nicht allzu großen Beobachtungszahlen besser sein, gar keine Gewichte zu berücksichtigen, d. h. die Einzelmittel als gleichwertige Varianten bei der Berechnung des Gesamtmittels zu behandeln, als nach der häufig angewandten Methode die Beobachtungsanzahlen selbst als Gewichte zu verwenden.

Die amerikanischen Pflanzenpatente Nr. 39—41.

Patent Nr. *39:* **„Brambelbeere"**, angemeldet am 30. Nov. 1931, erteilt am 25. Okt. 1932. PERCY W. MEREDITH, Oregon City, Oregon.

Der Ausdruck Brambelbeere wird in den Vereinigten Staaten von Nordamerika als ein Sammelname für die Himbeere (raspberry), die Aaker oder Kratzbeere (dueberry) und die Brombeere (blackberry) gebraucht. Die neue Beere wurde in einem Feld von Longanbeeren aufgefunden. Ihrem Aussehen nach ist sie der dornlosen Brombeere Mammoth oder Cora ähnlich, im Geschmack ähnelt sie der roten Himbeere. Die Beeren sind sehr groß, die Pflanze ist außerordentlich ertragreich.

Patent Nr. 40: **„Dornlose Berberitze"**, angemeldet am 7. Mai 1932, erteilt am 8. Nov. 1932. WILLIAM GORDON SUTHERLAND, Boulder, Colorado. Übertragen an Stark Bro's Nurseries & Orchards Company, Louisiana, Missouri.

Die neue Berberitze unterscheidet sich von der ihr ähnlichen *Berberitze thunbergii* durch die Dornlosigkeit und durch die intensiv scharlachrote Farbe der Blätter, die mehr an die Farbe der *Berberitze thunbergii atropurpurea* erinnert. Die neue Berberitze wurde nicht durch Züchtung gewonnen, sondern als Spielart in einer Anpflanzung von *Berberitze thunbergii* gefunden.

Patent Nr. 41: **„Kirsche"**, angemeldet am 3. Dez. 1931, erteilt am 8. Nov. 1932. LUTHER BURBANK durch ELIZABETH WATERS BURBANK. Übertragen an Stark Bro's Nurseries & Orchards Company, Louisiana, Missouri.

Der neue Kirschbaum zeichnet sich insbesondere durch den kräftigen Wuchs und die Festigkeit des Holzes aus, die Zweige können einen schweren Behang tragen ohne zu brechen. Die Kirschen sind gegen Regen sehr widerstandsfähig und von besonderer Größe. Die roten süßen Kirschen besitzen festes Fleisch, die Kirsche ähnelt trotz gewisser Unterschiede der Sorte Napoleon.

Für die **Prüfung von Neuzüchtungen von Kartoffeln** bittet die Kartoffelsorten-Registerkommission folgendes zu beachten:

Um die Selbständigkeit von Neuzüchtungen prüfen zu können, müssen zunächst ihre Knollen und Lichtkeime mit den Knollen und Lichtkeimen der sämtlichen bereits anerkannten und in Zucht befindlichen Sorten verglichen werden und späterhin auch die daraus entstandenen Stauden. Zu diesem Zweck ist die frühzeitige Einsendung einer Probe von 20 Knollen für die Prüfung der Merkmale der Knollen und der Lichtkeime und die spätere Einsendung einer 2. Probe von 50 Knollen zum Anbau auf dem Versuchsfeld erforderlich. Die Neuzüchtungen werden zunächst nach den Merkmalen der Knollen und der Lichtkeime in die Gruppen der selbständigen Sorten eingeordnet. Diese Arbeit muß vor dem nächsten Auspflanzen erledigt sein, damit die Proben mit dem Vergleichsmaterial in dieser Reihenfolge auf dem Versuchsfeld angebaut werden können. Es ist daher erwünscht, daß die Proben von *20 Knollen zur Lichtkeimprüfung* möglichst *bis Anfang Feebruar* an die Kartofflsorten-Registerkommission, Berlin-Dahlem, Biologische Reichsanstalt, Bahnstation Steglitz, eingesandt werden. Es kann dann damit gerechnet werden, daß das Ergebnis der Prüfung im Herbst des gleichen Jahres vorliegen wird. Um die Probensendungen im Januar nicht durch Frost zu gefährden oder zu verzögern, wird empfohlen, *bereits im Herbst* Proben von allen Neuzüchtungen, die im nächsten Jahre zur Anerkennung angemeldet werden sollen, einzuschicken. Für jeden Züchter werden jährlich 3 Sorten kostenlos geprüft, für jede weitere wird eine Gebühr von 20 RM. erhoben. Sollte sich nachträglich bei der züchterischen Bearbeitung der Ernte die Notwendigkeit ergeben, die Anmeldung zur Anerkennung zu verschieben oder eine Neuzüchtung aufzugeben, so kann die Prüfung bis Mitte April zurückgezogen werden, ohne daß dadurch Kosten entstehen. Dagegen kann mit dem Abschluß der Prüfung von Neuzüchtungen, von denen Proben erst nach dem 15. März eingesandt worden sind, im gleichen Jahre nicht mehr gerechnet werden.

Die zum Anbau auf dem Versuchsfeld bestimmte *Probe von 50 Knollen* muß *bis spätestens 10. April* eingesandt sein.

Für die Schriftleitung verantwortlich: Dr. Bernhard Husfeld, Berlin. Verlag von Julius Springer, Berlin W 9. Printed in Germany.
Druck: Buchdruckerei Otto Regel G. m. b. H., Leipzig.